7mo Semestre

Variación proporcional y porcentaje

Objetivos

Al finalizar el estudio de este capítulo, el lector será capaz de:

- Explicar qué es la variación proporcional.
- Entender y utilizar el concepto de porcentaje.
- Plantear y resolver problemas de variación proporcional y de porcentaje.

2.1 Variación proporcional

La variación proporcional describe relaciones especiales entre cantidades variables. La variación proporcional puede ser directa, inversa o mixta.

Variación proporcional directa

Se dice que y **es directamente proporcional a** x, o y **varía directamente con** x, si existe una constante k, diferente de cero, tal que

$$y = kx \tag{2.1}$$

La constante k recibe el nombre de **constante de proporcionalidad directa.**

Cuando dos cantidades son directamente proporcionales y k es positiva, se cumple que si una de las variables se incrementa o disminuye, la otra también tendrá el mismo efecto. Por ejemplo, el costo de la energía eléctrica y el número de kilowatts-hora consumidos son cantidades directamente proporcionales, ya que al aumentar el número de kilowatts-hora consumidos, aumenta el costo.

Ejemplo 2.1

Si y es directamente proporcional a x y $y = 18$ cuando $x = 6$, encuentre y cuando $x = 10$.

Solución:

Al sustituir los valores numéricos $x = 6$ y $y = 18$ en la ecuación (2.1), podemos calcular el valor de la constante de proporcionalidad.

$$18 = k(6)$$

$$k = \frac{18}{6} = 3$$

La constante de proporcionalidad es 3; por tanto, la ecuación que relaciona a x con y es

$$y = 3x$$

Si el nuevo valor de x es 10, entonces el nuevo valor de y será

$$y = (3)(10) = 30$$

Ejemplo 2.2

Si z varía en forma directa a $(x - w)$ y $z = 2$ cuando $x = 7$ y $w = 4$, calcule x cuando $w = 3$ y $z = 9$.

Solución:

$$z = k(x - w)$$
$$2 = k(7 - 4) = 3k$$
$$k = \frac{2}{3}$$

Por tanto,

$$z = \frac{2}{3}(x - w)$$

Si los nuevos valores de w y z son 3 y 9, respectivamente, el nuevo valor de x será

$$9 = \frac{2}{3}(x - 3)$$
$$27 = 2x - 6$$
$$x = \frac{33}{2}$$

Ejemplo 2.3

La distancia que recorre un objeto al caer partiendo del reposo, es directamente proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido (descartando la resistencia del aire). Si un objeto cae 78.48 metros en 4 segundos, ¿cuánto habrá caído al final de 6 segundos?

Solución:

Sea s la distancia recorrida por el objeto en su caída y t el tiempo transcurrido. De acuerdo al enunciado dado es posible formar la siguiente ecuación:

$$s = kt^2$$

Despejando k y sustituyendo los valores numéricos iniciales de s y t, se tiene

$$k = \frac{s}{t^2} = \frac{78.48}{4^2} = 4.905$$

Por tanto,

$$s = 4.905t^2$$

Si $t = 6$ segundos, entonces

$$s = 4.905(6)^2 = 176.58 \text{ metros}$$

Ejemplo 2.4

Si 5 teléfonos celulares cuestan \$4 350, ¿cuánto costarán 8 teléfonos iguales a los anteriores?

Solución:

Mientras más teléfonos se compren, más pesos se deben pagar, por tanto estas cantidades están relacionadas de manera directamente proporcional.

Sea T la cantidad de teléfonos celulares comprados y C la cantidad de dinero a pagar, en pesos. Por tanto,

$$C = kT$$

$$k = \frac{C}{T} = \frac{4\,350}{5} = 870$$

La ecuación que relaciona C con T es $C = 870T$. Si $T = 8$, entonces

$$C = (870)(8) = \$6\,960$$

También es posible escribir la relación entre C y T de la siguiente forma:

$$T = kC$$

Por tanto,

$$k = \frac{T}{C} = \frac{5}{4\,350} = 0.001149425$$

Entonces, se tiene la siguiente ecuación: $T = 0.001149425C$. Si $T = 8$, entonces

$$C = \frac{T}{0.001149425} = \frac{8}{0.001149425} = \$6\,960$$

Ejemplo 2.5

Tres personas ejecutaron un trabajo por el cual cobraron \$68 640. ¿Cuánto le corresponde a cada uno, tomando en cuenta que una de las personas trabajó 24 días; otra, 18 días y la tercera, 10 días?

Solución:

Método 1

Como a más días trabajados corresponde más dinero ganado, estas cantidades son directamente proporcionales entre sí; por tanto, es posible escribir la ecuación:

$$D = k\,t$$

donde D representa al dinero ganado y t a los días trabajados.

Entre los 3 trabajadores laboraron 52 días en total, por lo cual cobraron un total de \$68 640.

Por tanto,

$$k = \frac{D}{t} = \frac{68\,640}{52} = 1320$$

Una vez conocida la constante de proporcionalidad, es posible obtener la cantidad que recibirá cada trabajador.

Para el primer trabajador se tiene:

$$D = kt = (1320)(24) = \$31\,680$$

Para el segundo trabajador:

$$D = kt = (1320)(18) = \$23\,760$$

Para el tercer trabajador:

$$D = kt = (1320)(10) = \$13\,200$$

Método 2

Sea:

x = cantidad de dinero que debe recibir la persona que trabajó 24 días.

y = cantidad de dinero que debe recibir la persona que trabajó 18 días.

z = cantidad de dinero que debe recibir la persona que trabajó 10 días.

Por tanto,

$$x + y + z = 68\,640 \qquad (1)$$

Como la cantidad de dinero que le toca a cada uno de los trabajadores es directamente proporcional a los días trabajados, es posible formar las siguientes ecuaciones:

$$x = k\,(24) \qquad (2)$$

$$y = k\,(18) \qquad (3)$$

$$z = k\,(10) \qquad (4)$$

Las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) forman un sistema de 4 ecuaciones lineales con 4 incógnitas. Una forma de resolver este sistema sería sustituir las ecuaciones (2), (3) y (4) en la ecuación (1), esto es

$$24k + 18k + 10k = 68\,640$$

$$52k = 68\,640$$

$$k = \frac{68\,640}{52} = 1320$$

Por tanto,

$$x = k(24) = (1320)(24) = \$31\,680$$

$$y = k(18) = (1320)(18) = \$23\,760$$

$$z = k(10) = (1320)(10) = \$13\,200$$

Ejemplo 2.6

Una sociedad mercantil se forma cuando dos o más personas comparten la propiedad de un negocio. La aportación de cada socio es en dinero y/o trabajo, y las utilidades netas o las pérdidas netas del negocio son compartidas por cada uno de los socios.

Existen varios métodos para dividir las utilidades o las pérdidas de un negocio, siendo el método de partes iguales el más sencillo. Este método consiste en que los socios convienen en dividir las utilidades o las pérdidas por igual.

Otro método es el de los porcentajes fijos. En este caso los socios acuerdan recibir cada uno un porcentaje fijo de las utilidades o de las pérdidas. Por ejemplo, 3 socios acuerdan repartir las utilidades de la siguiente forma: 30% al primer socio, 38% al segundo y 32% al tercero.

El método más utilizado es el del reparto proporcional, basado en la variación proporcional. El reparto puede ser directo, inverso o mixto.

Hugo, Paco y Luis se asocian para iniciar un negocio. Hugo invierte \$3 876; Paco invierte \$4 578 y Luis invierte \$2 955. Asimismo, quedan de acuerdo en que las utilidades o las pérdidas serán repartidas en forma directamente proporcional al capital invertido. ¿Cuánto recibe cada uno si la utilidad generada en el primer año de trabajo fue de \$80 000?

Solución:

Sea:

x = cantidad de dinero que le toca a Hugo.

y = cantidad de dinero que le toca a Paco.

z = cantidad de dinero que le toca a Luis.

Por tanto,

$$x + y + z = 80\,000 \qquad (1)$$

$$x = 3\,876k \qquad (2)$$

$$y = 4\,578k \qquad (3)$$

$$z = 2\,955k \qquad (4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2), (3) y (4) en la (1), se tiene:

$$3\,876k + 4\,578k + 2\,955k = 80\,000$$

$$11\,409k = 80\,000$$

$$k = 7.012$$

Por tanto,

Hugo recibe: $(3\,876)(7.012) = \$27\,178.50$

Paco recibe: $(4\,578)(7.012) = \$32\,101.00$

Luis recibe: $(2\,955)(7.012) = \$20\,720.50$

Variación proporcional inversa

Se dice que **y es inversamente proporcional a x**, o **y varía inversamente con x**, si existe una constante k, diferente de cero, tal que

$$yx = k \qquad (2.2)$$

La constante k recibe el nombre de **constante de proporcionalidad inversa.**

Cuando dos cantidades son inversamente proporcionales y k es positiva, entonces se cumple que si una de las variables se incrementa, la otra disminuye; o bien, si una de las variables disminuye, la otra se incrementa. Por ejemplo, la velocidad de un automóvil y el tiempo necesario para recorrer cierta distancia conocida son cantidades inversamente proporcionales, ya que al aumentar la velocidad del automóvil, el tiempo necesario para recorrer la distancia conocida disminuye y viceversa.

Ejemplo 2.7

Si x varía en forma inversamente proporcional a y, y $x = 21$ cuando $y = 12$, encuentre y cuando $x = 15$.

Solución:

Al sustituir los valores numéricos $x = 21$ y $y = 12$ en la ecuación (2.2), podemos calcular el valor de la constante de proporcionalidad.

$$(12)(21) = k$$

$$k = 252$$

La constante de proporcionalidad es 252; por tanto, la ecuación que relaciona a x con y es

$$yx = 252$$

Si el nuevo valor de x es 15, entonces el nuevo valor de y será

$$y = \frac{252}{x} = \frac{252}{15} = 16.8$$

Ejemplo 2.8

El costo unitario de producción de una revista de publicación mensual varía en forma inversamente proporcional con la raíz cuadrada del tiraje de la revista. Si el costo unitario de producción es de \$12 cuando el tiraje es de 25 000 ejemplares, ¿cuál será el costo si el tiraje se eleva a 32 000 ejemplares?

Solución:

Sea C el costo unitario de producción y t el tiraje. Como C varía inversamente a la raíz cuadrada de t, tenemos

$$C\sqrt{t} = k$$

Como $C = 12$ cuando $t = 25\,000$, entonces

$$12\sqrt{25\,000} = k$$

$$k = 1897.366596$$

Si el nuevo valor de t es 32 000, entonces:

$$C = \frac{k}{\sqrt{t}} = \frac{1897.366596}{\sqrt{32\,000}} = \$10.61$$

Ejemplo 2.9

Seis hombres hacen una obra en 15 días. ¿En cuántos días podrían hacer la misma obra 10 hombres?

Solución:

Como a más hombres trabajando en la obra, se necesitan menos días para terminarla, estas cantidades son inversamente proporcionales. Si H es el número de hombres y d es el número de días, entonces

$$Hd = k$$

Es decir

$$k = (6)(15) = 90$$

Por tanto:

$$d = \frac{k}{H} = \frac{90}{10} = 9 \text{ días}$$

Ejemplo 2.10

Una compañía da una gratificación de \$200 000 a tres de sus empleados, en forma inversamente proporcional a sus sueldos mensuales, siendo éstos los siguientes: Agustín gana \$5 800, Susana gana \$6 350 y Arturo gana \$7400. ¿Cuánto le toca a cada uno?

Solución:

Sea:

x = cantidad de dinero que le toca a Agustín.

y = cantidad de dinero que le toca a Susana.

z = cantidad de dinero que le toca a Arturo.

Entonces:

$$x + y + z = 200\,000 \quad (1)$$

$$(x)(5\,800) = k \quad (2)$$

$$(y)(6\,350) = k \quad (3)$$

$$(z)(7400) = k \quad (4)$$

Despejando x, y y z de las ecuaciones (2), (3) y (4) y sustituyendo en (1), se tiene

$$\frac{k}{5\,800} + \frac{k}{6\,350} + \frac{k}{7\,400} = 200\,000$$

$$k\left(\frac{1}{5\,800} + \frac{1}{6\,350} + \frac{1}{7\,400}\right) = 200\,000$$

Por tanto,

$$k = 430\,080\,479.7$$

Sustituyendo el valor de k en cada una de las ecuaciones (2), (3) y (4) y despejando la variable se tiene:

$$x = \$74\,152$$
$$y = \$67\,729$$
$$z = \$58\,119$$

Variación proporcional mixta

Los casos de variación recién estudiados comprenden solamente dos variables, relacionadas de manera directa o inversa. Sin embargo, existen problemas en los que aparecen más de dos variables y donde, con frecuencia, se combinan los tipos de variación.

Un tipo de variación proporcional con más de dos variables es la **variación conjunta**. Se dice que una variable **varía conjuntamente** con dos o más variables, si es directamente proporcional a su producto. Por ejemplo, si x varía conjuntamente con y, z y w, esto significa que x varía en forma directamente proporcional al producto de y, z y w, es decir, $x = kyzw$, en donde k es la constante de proporcionalidad y diferente de cero.

Otro ejemplo: Si $a = kb\sqrt{c}$, se dice que a varía conjuntamente con b y la raíz cuadrada de c.

Ejemplo 2.11

Suponga que y varía conjuntamente con x y el cubo de z e inversamente con el cuadrado de w. Si $y = 8.75$ cuando $x = 5$, $z = 2$ y $w = 4$, determine y si $x = 7$, $z = -4$ y $w = 2$.

Solución:

De acuerdo al enunciado, la ecuación que une a las variables es

$$yw^2 = kxz^3$$

Sustituyendo los valores $y = 8.75$, $x = 5$, $z = 2$ y $w = 4$, el valor de k se obtiene mediante

$$(8.75)(4)^2 = k(5)(2)^3$$

$$k = \frac{(8.75)(4)^2}{(5)(2)^3} = 3.5$$

Por tanto, la ecuación que relaciona a y con x, z y w es

$$yw^2 = 3.5xz^3$$

El valor de y para los nuevos valores de x, z y w será

$$y = \frac{3.5xz^3}{w^2} = \frac{(3.5)(7)(-4)^3}{(2)^2} = -392$$

Ejemplo 2.12

El total de gasolina consumida por un automóvil que viaja con velocidad constante varía de forma conjunta con la distancia recorrida y con el cuadrado de la velocidad. Si un automóvil consume 25 litros al recorrer 230 km a la velocidad de 60 km/h, ¿cuánto consumirá si recorre 530 km a 75 km/h?

Solución:

Sea G el total de gasolina consumida, s la distancia recorrida y v la velocidad. La ecuación de variación es

$$G = ksv^2$$

Por tanto,

$$k = \frac{G}{sv^2} = \frac{25}{(230)(60)^2} = 3.0193 \times 10^{-5}$$

El valor de G para los nuevos valores de distancia y velocidad es

$$G = (3.0193 \times 10^{-5})(530)(75)^2$$

$$G = 90 \text{ litros}$$

Ejemplo 2.13

Una fábrica produce 6 000 camisas en 5 días utilizando 30 trabajadoras. ¿Cuántas camisas se producirán en 3 días con 25 trabajadoras?

Solución:

La información se puede disponer de la siguiente forma:

Si 6 000 camisas (C) se producen en 5 días (d) con 30 trabajadoras (T)

Entonces

x camisas se producirán en 3 días con 25 trabajadoras

Para obtener la ecuación de variación se procede manejando las variables de dos en dos y suponiendo que las demás permanecen constantes. En este problema se tiene que, suponiendo constante el número de trabajadoras, a más camisas producidas, más días se emplean en producirlas; luego, estas cantidades son directamente proporcionales:

$$C = k_1 d$$

en donde k_1 es la constante de proporcionalidad.

Si ahora suponemos que los días trabajados permanecen constantes, se tiene que, a más personas trabajando, más camisas se producen; por tanto, estas cantidades son directamente proporcionales:

$$C = k_2 T$$

en donde k_2 es la constante de proporcionalidad.

Las dos ecuaciones anteriores nos dicen que el número de camisas producidas es directamente proporcional al número de días y al número de trabajadoras. Por tanto, combinando las ecuaciones anteriores se tiene:

$$C = k_1 k_2 \, dT$$

Es posible sustituir las constantes k_1 y k_2 por una única constante k:

$$C = kdT$$

El valor de k es

$$k = \frac{C}{dT} = \frac{6\,000}{(5)(30)} = 40$$

El nuevo valor de C será

$$C = (40)(3)(25) = 3\,000 \text{ camisas}$$

Ejemplo 2.14

Cinco hombres trabajando 8 horas al día han hecho 80 metros de una barda en 10 días. ¿Cuántos días necesitarán 10 hombres, trabajando 6 horas diarias, para hacer 100 metros de la misma barda?

Solución:

Si 5 hombres (H) trabajando 8 horas/día (h) han hecho 80 metros (m) de barda en 10 días (d).

Entonces

10 hombres trabajando 6 horas/día han hecho 100 metros de barda en x días.

Como a más hombres trabajando, se tardan menos días en construir la barda, entonces estas cantidades son inversamente proporcionales:

$$dH = k_1$$

Como a menos horas por día trabajadas, se tardan más días en construir la barda, entonces estas cantidades son inversamente proporcionales:

$$dh = k_2$$

Como a más días trabajando en la construcción de la barda, se construyen más metros, estas cantidades son directamente proporcionales:

$$d = k_3 m$$

Las ecuaciones anteriores nos dicen que el número de días necesarios para levantar una barda son directamente proporcionales a los metros construidos e inversamente proporcionales al número de hombres trabajando y al número de días de trabajo. Combinando las tres ecuaciones anteriores, se tiene:

$$dHh = k_1 k_2 k_3 m$$

Si $k = k_1\, k_2\, k_3$, entonces

$$dHh = km$$

Por tanto,

$$k = \frac{dHh}{m} = \frac{(10)(5)(8)}{80} = 5$$

Conocido el valor de k, el nuevo valor de t será

$$d = \frac{km}{Hh} = \frac{(5)(100)}{(10)(6)} = 8.33 \text{ días}$$

Ejemplo 2.15

En un concurso de matemática financiera, llevado a cabo entre los estudiantes de finanzas de una universidad, se repartió un premio de $10 000 entre los 3 finalistas, en forma inversa al tiempo que se tardaron en resolver el conjunto de problemas y al número de problemas mal hechos. Si uno de los finalistas tardó 60 minutos en resolver los problemas y tuvo 3 mal; otro finalista tardó 50 minutos y tuvo 2 problemas mal y el tercero tardó 40 minutos y tuvo 4 mal, ¿cuánto recibió cada concursante?

Solución:

De acuerdo al enunciado del problema se tiene que:

$$ctn = k$$

en donde c es la cantidad que recibirá cada finalista, t es el tiempo empleado en la resolución de los problemas y n es el número de problemas que resultaron mal.

Sea:

x = cantidad de dinero que recibe el primer finalista.

y = cantidad de dinero que recibe el segundo finalista.

z = cantidad de dinero que recibe el tercer finalista.

Por tanto,

$$(x)(60)(3) = k$$

$$(y)(50)(2) = k$$

$$(z)(40)(4) = k$$

Es decir:

$$x = \frac{k}{180}$$

$$y = \frac{k}{100}$$

$$z = \frac{k}{160}$$

Por otro lado se sabe que:

$$x + y + z = 10\,000$$

Esto es

$$\frac{k}{180} + \frac{k}{100} + \frac{k}{160} = 10\,000$$

Por tanto,

$$k = 458\,598.7261$$

La cantidad que le toca a cada uno de los finalistas es

$$x = \frac{458\,598.7261}{180} = \$2\,547.77$$

$$y = \frac{458\,598.7261}{100} = \$4\,585.99$$

$$z = \frac{458\,598.7261}{160} = \$2\,866.24$$

Tema especial

El reparto de utilidades

La participación de utilidades es la parte de la utilidad obtenida por una empresa en un año de operación, que corresponde a los trabajadores por su intervención en el proceso productivo. La Ley Federal del Trabajo en su artículo 117 establece que los trabajadores participarán en las utilidades de las empresas, de conformidad con el porcentaje que determine la Comisión Nacional para la Participación de los Trabajadores en las Utilidades de las Empresas.

El reparto de utilidades tiene como objetivos:

- Lograr el equilibrio entre el trabajo y el capital según los principios de la justicia social.
- Estimular a los trabajadores para alcanzar una mayor productividad en la empresa y en el sistema económico en general.
- Pugnar por una más justa distribución de la riqueza que genera el sistema económico.

Están obligadas a repartir utilidades todas las empresas de producción o distribución de bienes o servicios, sean personas físicas o morales, que tengan a su servicio trabajadores asalariados y sea su finalidad lucrativa o no. Quedan exceptuados de esta obligación:

- Las empresas de nueva creación, durante el primer año de funcionamiento.
- Las empresas de nueva creación que se dediquen a elaborar un producto nuevo, por un periodo de dos años.
- Las industrias extractivas de nueva creación, durante el periodo de exploración.

- Las instituciones de asistencia privada, reconocidas por las leyes, que con bienes de propiedad particular ejecuten actos con fines humanitarios de asistencia, sin propósitos de lucro.
- El IMSS, Infonavit e instituciones públicas descentralizadas con fines culturales, asistenciales o de beneficencia.
- Las empresas que tengan un capital menor del que fije la Secretaría del Trabajo y Previsión Social.

Tendrán derecho al reparto de utilidades todos los trabajadores al servicio de la empresa, con excepción de los socios o accionistas, directores, administradores y gerentes generales de la empresa, de acuerdo a lo siguiente:

- Trabajadores de planta, sean de confianza o sindicalizados, independientemente del número de días trabajados durante el año.
- Trabajadores eventuales, siempre y cuando hayan trabajado por lo menos 60 días en forma continua o discontinua durante el año.
- Ex trabajadores.
- Las madres trabajadoras, durante los periodos pre y posnatales, así como los trabajadores incapacitados por accidente de trabajo, serán considerados como trabajadores activos y se computarán los días de incapacidad como días laborales.
- Los trabajadores domésticos y los trabajadores incapacitados por un accidente o enfermedad no profesional no participarán en el reparto de utilidades.

Los trabajadores tienen derecho a participar del 10% de la utilidad gravable[1] de la empresa y, de acuerdo al artículo 123 de la Ley Federal del Trabajo, la utilidad repartible se dividirá en dos partes iguales:

- La primera parte se repartirá entre los trabajadores en forma directamente proporcional al número de días trabajados por cada trabajador en el año. Para efectos del reparto se consideran los días efectivamente trabajados y aquellos que la empresa está obligada a pagar el salario, aun cuando no laboren los trabajadores, como son: días festivos, los periodos pre y posnatales, descansos semanales, descansos obligatorios, vacaciones y los días amparados como permisos con goce de sueldo.

[1] La *utilidad gravable* es la *utilidad bruta*. Esto es, la utilidad antes del pago de impuestos.

- La segunda parte se repartirá en forma directamente proporcional al monto del salario devengado por cada trabajador durante el año. Para efectos del reparto se considera exclusivamente el salario nominal; es decir, el salario en efectivo por cuota diaria, sin considerar tiempo extra, gratificaciones, etcétera.

Para los trabajadores de confianza que gocen de un salario superior al del trabajador sindicalizado de más alto salario dentro de la empresa, o a falta de éste al trabajador de planta con la misma característica, el salario máximo a considerar para el cálculo del reparto es el salario del trabajador sindicalizado y/o de planta incrementado en 20%.

Cuando los patrones personas físicas perciban ingresos por honorarios, arrendamiento o intereses, el monto máximo a repartir a sus trabajadores no excederá de un mes de salario.

Como ejemplo de un reparto de utilidades, supongamos que se tiene una pequeña empresa formada por 7 personas:

Nombre del trabajador	Puesto	Salario anual devengado	Días trabajados en el año
Antonio	Gerente general	$324 000	365
Isaac	Supervisor (de confianza)	$201 600	365
Mario	Conductor (sindicalizado)	$ 32 000	123
Jesús	Trabajador (sindicalizado)	$ 90 000	365
Pedro	Trabajador (sindicalizado)	$ 60 000	243
Luis	Trabajador (sindicalizado eventual)	$ 10 000	48
Sara	Vendedora (de confianza)	$147 600	365

Suponga que la utilidad bruta de la empresa fue de $6 000 000; por tanto, la utilidad a repartir entre los trabajadores será el 10% de $6 000 000; esto es $600 000, los cuales se dividen en dos partes: $300 000 se reparten en forma directamente proporcional al número de días trabajados durante el año y $300 000 se reparten en forma directamente proporcional al salario recibido.

El gerente general y el trabajador Luis no tienen derecho al reparto.

El salario anual más alto de los trabajadores sindicalizados es el de Jesus, por tanto, el salario base del reparto para el personal de confianza será

$$90\,000 + 20\% \text{ de } 90\,000 = \$108\,000$$

En la siguiente tabla se muestra el número de días trabajados en el año y el salario anual base de reparto para cada trabajador. Asimismo, se muestra la parte que le toca a cada uno por los días trabajados y por el salario devengado, así como la cantidad total. Se deja como ejercicio para el lector la verificación de las cantidades repartidas a cada uno de los trabajadores.

Trabajador	Días trabajados en el año	Salario base del reparto	Parte proporcional por días trabajados	Parte proporcional por salario devengado	Cantidad total a recibir
Isaac	365	\$108 000	\$74 948.67	\$81 407.04	\$156 355.71
Mario	123	\$ 32 000	\$25 256.66	\$24 120.60	\$ 49 377.26
Jesús	365	\$ 90 000	\$74 948.67	\$67 839.19	\$142 787.86
Pedro	243	\$ 60 000	\$49 897.33	\$45 226.13	\$ 95 123.46
Sara	365	\$108 000	\$74 948.67	\$81 407.04	\$156 355.71

Ejercicios [illegible]

1. Si y es directamente proporcional a x, y si $x = 16$ cuando $y = 96$, encuentre y cuando $x = 25$.

2. Si u es inversamente proporcional a v, y si $u = 11$ cuando $v = 4$, encuentre v cuando $u = 55$.

3. Si y varía conjuntamente con x y el cubo de z, y si $y = 16$ cuando $x = 4$ y $z = 2$, determine y si $x = -8$ y $z = -3$.

4. Si p es directamente proporcional al cuadrado de q e inversamente proporcional a t, y si $p = 40$ cuando $q = 5$ y $t = 6.25$, encuentre q cuando $p = 50$ y $t = 80$.

5. Si y varía en forma directamente proporcional a la cuarta potencia de x e inversamente proporcional al cuadrado de w, y si $w = 9$ cuando $x = 1$ y $y = 3$, encuentre x cuando $y = 8/9$ y $w = 12$.

6. Si t es inversamente proporcional a $(b - 4)$, y si $b = 10$ cuando $t = 5$, encuentre b cuando $t = 22$.

7. Se ha encontrado que el volumen de ventas de botas de la compañía El Rancho, es inversamente proporcional a la cantidad $2.1p$, en donde p es el precio de venta de un par de botas. Si las ventas promedio son de 23 000 pares por mes cuando el par se vende en \$750, encuentre el volumen de ventas promedio por mes si el precio se incrementa a \$870.

8. Carlos decide vaciar el agua de su alberca con el fin de limpiarla. Él sabe que el tiempo necesario para vaciar la alberca es inversamente proporcional a la velocidad de bombeo. La última vez que vació el agua de la alberca se tardó 50 minutos utilizando una bomba que proporciona una velocidad de bombeo de 300 litros por minuto. Carlos cuenta ahora con una bomba que permite vaciar la alberca con una velocidad de 800 litros por minuto. ¿Cuánto tiempo le tomará vaciar la alberca con la bomba nueva?

9. La velocidad necesaria para recorrer una distancia conocida es inversamente proporcional al tiempo empleado en recorrerla. Si un automóvil recorre cierta distancia en 45 minutos a 60 km/h, ¿qué velocidad se necesita para recorrer la misma distancia en media hora?

10. Se ha encontrado que el volumen de ventas mensuales promedio V de relojes marca *Gamma* de Swiss, Co., es inversamente proporcional a la cantidad $(200 + p)$, donde p es el precio de venta de un reloj. Si el volumen de ventas mensuales promedio es de 274 000 dólares, cuando un reloj cuesta 230 dólares, ¿cuál es el volumen de ventas esperado, si el precio del reloj se incrementa a 280 dólares?

11. En ciertas condiciones, la distancia recorrida por un automóvil antes de detenerse totalmente, al aplicar bruscamente los frenos, es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad.

    Para evitar atropellar a una persona, el conductor de un automóvil frena bruscamente. Sin embargo, no logra detenerse y la atropella. El automovilista declara a la policía que conducía a 48 km/h (60 km/h es el límite de velocidad). El policía mide las huellas del patinaje y resultan ser de 49 metros. Él sabe que a 60 km/h, las huellas del patinaje deben medir 19 metros de longitud. ¿A qué velocidad corría realmente el automovilista antes de aplicar los frenos?

12. La renta semanal de películas en ***video club 8 mm*** varía en forma directamente proporcional al gasto en publicidad e inversamente proporcional al precio de renta por día. Cuando el gasto por publicidad es de \$8 000 y el precio de renta diaria es de \$30, ellos rentan 1 200 películas por semana (en promedio). ¿Cuántas películas rentarían por semana si incrementaran su publicidad a \$10 000 y elevaran su precio de renta a \$33?

13. Un estudiante recibe una calificación de 50 en su primer examen parcial de matemáticas, después de haber estudiado 15 horas por semana y faltado a 5 clases. Si la calificación varía directamente con el número de horas de estudio e inversamente a la raíz cuadrada del número de

faltas, encuentre cuántas horas por semana tendrá que estudiar para el próximo examen parcial, si desea una calificación de 70 y piensa faltar 3 veces a clases.

14. La cantidad de pintura necesaria para pintar una columna cilíndrica varía conjuntamente con el radio y la altura de la columna. Compare la cantidad de pintura necesaria para pintar una columna de 7 m de alto y 60 cm de radio con la cantidad de pintura requerida para una columna de 8 m de alto y 45 cm de radio.

15. El gerente de una tienda departamental estima que el total de ventas es directamente proporcional a los gastos de publicidad e inversamente proporcional al número de competidores presentes en la misma zona. Actualmente invierte $300 000 mensuales en publicidad y las ventas mensuales promedio son de $15 000 000. Tiene dos competidores importantes. Si incrementa la publicidad a $450 000 cada mes con el fin de hacer frente a un competidor adicional, estime el valor de las ventas mensuales.

16. Una fábrica de encendedores desechables encuentra que el precio de venta de cada encendedor que se produce varía directamente con el costo de producción e inversamente con la raíz cuadrada del número de encendedores producidos. El costo de producir 1 000 000 de encendedores cada mes es de $3 400 000 y el precio unitario de venta al mayorista es de $8.50. Si el precio unitario de venta se incrementa en $1, ¿cuántos encendedores se deberán producir si el costo de producción aumenta a $4 000 000?

17. La duración de un viaje por ferrocarril varía en forma directamente proporcional a la distancia recorrida e inversamente proporcional a la velocidad. La velocidad es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la cantidad de diesel consumido por kilómetro recorrido, e inversamente proporcional al número de vagones del tren. Para recorrer 60 km en una hora llevando 20 vagones, una máquina requiere 20 litros de diesel. ¿Cuánto diesel se consumirá en un viaje de 70 km que tarda 90 minutos con 23 vagones?

18. Si una vara de 2.50 m de longitud da una sombra de 6 m, ¿cuál será la altura de un árbol cuya sombra, a la misma hora es de 53 m?

19. Si un automóvil recorre 90 km con 8 litros de gasolina, ¿qué distancia recorrerá con 30 litros?

20. Si 30 hombres arman 10 máquinas en un día, ¿cuántos hombres se necesitan para armar 25 máquinas al día, suponiendo que todos tienen el mismo rendimiento?

21. El artículo 87 de la *Ley Federal del Trabajo* establece que los trabajadores que laboraron el año completo tienen derecho a un aguinaldo anual equivalente a 15 días de salario. ¿Cuánto recibirá un trabajador que laboró 8 meses y 20 días?

22. El odómetro (medidor de distancia) de un automóvil está diseñado para funcionar con llantas de 26 pulgadas de diámetro. Si se cambian las llantas a unas de 28 pulgadas de diámetro, ¿cuántas millas marcará el odómetro en un viaje real de 250 millas?

23. Dos llaves de idénticas características llenan un tanque con agua en 6 horas. ¿Cuánto tiempo emplearán en llenar el tanque 3 llaves iguales a las anteriores?

24. Por un corte de casimir de 3 m de longitud una persona pagó $1 275. ¿Cuánto debe pagar por 9 m del mismo casimir?

25. Un libro tiene 758 páginas de 439.9 cm^2 cada una. Se desea reeditarlo con páginas de 20.8 cm de ancho por 28.2 cm de largo. Sabiendo que el tipo de letra será la misma, ¿cuántas páginas tendrá la nueva edición?

26. En el condado de Washington, la tasa del impuesto predial es de 8.065 dólares por 1 000 dólares de valor catastral. Si una casa está valuada en 97 000 dólares, determine el impuesto a pagar.

27. Una persona pinta 5/8 de su casa en 7 horas. ¿Cuánto tiempo necesitará para terminar de pintar la casa?

28. Dos mil acciones de Zyrtec, S.A. cuestan $420 000. ¿Cuánto tendrá que invertir una persona que desea comprar 3 520 acciones de Zyrtec?

29. Una rueda dentada de 40 dientes engrana con otra de 52 dientes. Si la primera gira a 75 rpm (revoluciones por minuto), ¿a cuántas rpm gira la segunda?

30. Un automóvil de juguete está construido a escala 1:18. Si el auto mide 25 cm, ¿cuál es la longitud del automóvil real?

31. Una fotografía muestra a un niño parado junto a un obelisco. Si el niño mide en realidad 1.20 m, y en la fotografía el niño mide 1.5 cm y el obelisco 8.12 cm, ¿cuál es la medida real del obelisco?

32. El dipropionato de beclometasona es una sustancia utilizada para combatir las molestias de la rinitis alérgica y su administración se hace a través de las fosas nasales mediante un aplicador en aerosol.

Cada 100 gramos de solución contienen 0.143 gramos de dipropionato de beclometasona. Si el frasco aplicador contiene 7.0 gramos de solución y cada dosis proporciona 50 μg (microgramos) de dipropionato de beclometasona, encuentre cuántas dosis proporciona el frasco aplicador en aerosol.

33. Diez máquinas que fabrican latas de aluminio para envasar refresco, trabajando 8 horas diarias, elaboran 72 000 latas en 5 días. Dos de las máquinas fallan cuando faltan por hacer 31 680 latas, que deben entregarse dentro de dos días. ¿Cuántas horas diarias deben trabajar las máquinas restantes para cumplir con el pedido?

34. Una empresa construye un barco empleando 40 trabajadores durante 70 días, trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos días serán necesarios para construir otro barco igual, si hay 32 trabajadores y laboran 10 horas diarias?

35. Una empresa fabrica 12 000 pares de calcetines con 4 trabajadores utilizando 60% de la maquinaria, en 3 días a razón de 6 horas/día. ¿Cuántos días serán necesarios para fabricar 100 000 pares de calcetines utilizando 8 trabajadores y ocupando la maquinaria al 100% a razón de 8 horas/día?

36. Un campamento militar con 250 hombres, tiene provisiones para alimentar 30 días con 3 comidas diarias cada hombre. Si se refuerzan con 100 hombres, ¿cuántos días durarán las provisiones si cada hombre come sólo 2 veces al día?

37. Se necesitan tres bobinas de papel de 500 kilogramos cada una para imprimir 5 000 ejemplares del primer tomo de una enciclopedia. ¿Cuántas bobinas de 375 kilogramos de papel de igual calidad y ancho que el anterior se necesitarán para imprimir 4 000 ejemplares del segundo tomo, sabiendo que el número de páginas de éste es igual a los $\frac{4}{5}$ del número de paginas del primer tomo?

38. Se pagan \$1 500 por el transporte de 3 toneladas de naranja a 100 km de distancia. ¿Cuánto habrá que pagar por el transporte de 5 toneladas de naranja a 240 km de distancia?

39. Se emplean 15 hombres durante 5 días, trabajando 4 horas/día, para cavar una zanja de 12 m de largo, 6 m de ancho y 5 m de profundidad. ¿Cuántos días necesitarán 12 hombres, trabajando 6 horas/día, para cavar otra zanja de 15 m de largo, 2 m de ancho y 7 m de profundidad, en un terreno de triple dificultad?

40. Un ingeniero tiene a su cargo la realización de una obra, que debe comenzar el 8 de mayo y terminarla el 15 de junio. El 8 de mayo comienza la obra con 20 hombres, los cuales trabajan hasta el 2 de junio, inclusive, a razón de 8 horas diarias. Ese día se le da la orden al ingeniero de que se necesita la obra terminada para el día 10 de junio. Por tanto, a partir del 3 de junio, coloca más gente, se trabajan 10 horas al día y se logra terminar la obra. ¿Cuánta gente extra tuvo que contratar el ingeniero?

41. La fábrica de ropa *Vista Bien, S.A.*, va a repartir $100 000 entre 5 empleados de confianza por concepto de gratificación por las horas extra trabajadas. El primer empleado trabajó 75 horas extra; el segundo, 85; el tercero, 60; el cuarto, 47 y el quinto, 38. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

42. Se va a repartir un donativo de $1 000 000 entre 3 asilos de ancianos, en forma directamente proporcional al número de ancianos que albergan. ¿Cuánto le toca a cada asilo, si se tienen los siguientes datos?

Asilo	Número de ancianos
El Anciano Feliz	302
Los Abuelitos	261
La Tercera Edad	175

43. Don Pedro, al morir, dejó, para repartir entre sus tres hijos de 22, 26 y 28 años, en partes inversamente proporcionales a sus edades, ya deducidos los impuestos y gastos correspondientes a la herencia, los siguientes bienes:
- propiedades por un valor de $6 964 000
- acciones por un total de $4 870 000
- cuentas bancarias por un total de $1 229 000

¿Cuánto le corresponde a cada uno?

44. Un comercio se ha declarado en quiebra; el activo, que asciende a 95 000 dólares, debe repartirse entre dos acreedores a quienes se debe $105 000 dólares y 135 000 dólares. ¿Cuánto recibe cada acreedor?

45. Tres hermanos se juntaron para comprar un departamento en $300 000, el cual fue vendido posteriormente en $450 000. Si al comprar el departamento el primer hermano puso $80 000; el segundo, $100 000 y el tercero el resto, calcule cuánto le corresponde a cada uno.

46. Juan García emprende un negocio con $100 000 y a los tres meses admite como socio a Roberto Fernández, el cual aporta $100 000. Cuatro meses más tarde entra a la sociedad Raúl Torres con una aportación de $100 000. Si hay una ganancia de $460 000 al final del año de que Juan comenzó el negocio, ¿cuánto recibe cada uno de los socios?

47. Un padre de familia va a repartir $2 000 entre sus tres hijos en forma directa a su calificación mensual e inversa a sus faltas de conducta en el mes. A continuación se muestran las calificaciones y las faltas de los 3 hijos. ¿Cuánto le toca a cada uno?

	Calificación	Faltas de conducta
Roberto	85	2
Hilda	100	3
Alejandro	90	5

48. Se va a repartir una utilidad de $630 000 entre 3 socios en forma directamente proporcional a los capitales aportados y al tiempo que trabajó cada socio en el negocio. El primero aportó $140 800 y trabajó 8 meses; el segundo aportó $100 000 y trabajó 12 meses y el tercero aportó $175 000 y trabajó 6 meses. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

49. Una compañía tomó el acuerdo de dar una gratificación de $100 000, repartidos entre 3 supervisores en forma directa a sus años de servicio e inversa a sus sueldos quincenales. Los años de servicio son: 5, 7 y 10 y sus sueldos, en el mismo orden, son: $8 300, $10 100 y $14 800. ¿Cuánto le toca a cada uno?

50. Una empresa tiene 4 socios inversionistas los cuales aportaron las siguientes cantidades:

Tania	$180 000
Ester	$116 000
Pablo	[illegible]
Esteban	$100 000

Al cabo de cierto tiempo se repartieron ganancias en forma directamente proporcional al capital aportado. Si Pablo recibió $45 000, ¿qué monto se repartió entre los 4 socios y cuánto le tocó a cada uno de los demás?

51. Un despacho de contadores, con el fin de incentivar a sus tres secretarias, les otorgó un bono en forma inversamente proporcional a los días faltados por cada una en el año. Sonia faltó 5 días en el año y recibió $8 873.24; Liliana faltó 3 días y Yolanda recibió $6 338.03. ¿Cuánto recibió Liliana y cuántas faltas tuvo Yolanda?

52. Emma, Patricia y Martha invirtieron $22 000, $27 000 y $32 000, respectivamente, para abrir una tienda de ropa de manta para damas. Convinieron en compartir a partes iguales cualquier utilidad o pérdida hasta $9 000. Cualquier monto sobre esa cantidad se repartirá en forma directa al capital aportado. Si durante el primer mes obtuvieron una utilidad de $21 500, ¿cuánto recibe cada una?

53. Se reparte una gratificación entre 3 cajeros de un banco, en forma directamente proporcional a los años de servicio e inversamente proporcional a sus faltantes reportados en el año. Utilizando la información de la siguiente tabla, encuentre:
a) El número de faltantes de Víctor.
b) La gratificación correspondiente a Rogelio.
c) La cantidad total repartida entre los cajeros.

Nombre	Años de servicio	Número de faltantes	Gratificación
Víctor	5		$16 981.13
Rosa María	7	8	$29 716.98
Rogelio	10	12	

54. Se premiará a dos niños en relación directa con su calificación e inversa con sus reportes. Utilizando la información de la siguiente tabla, encuentre la calificación de Armando.

Nombre	Calificación	Reportes	Premio
Hugo	9.8	8	$418.80
Armando	X	5	$581.20

55. En el reparto de utilidades de una empresa, la señorita Solís recibió $12 880 por concepto de su sueldo anual, que fue de $67 680 y $13 340 por los 365 días trabajados. ¿Cuánto recibió de utilidades el señor Benítez, si laboró 273 días y su sueldo anual acumulado fue de $47 700? Véase el tema especial *El reparto de utilidades*.